

# ZUFALL UND MATHEMATIK — Eine späte Liebe.

Ob die Würfel beim Kniffel nun eine kleine Straße oder einen Pasch zeigen, ist reiner Zufall. Professor Behrends erklärt, was das eigentlich bedeutet.



Für Mathematiker ist nicht einmal der Zufall unberechenbar. Sie haben die Wissenschaft vom Zufall in Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik aufgeteilt, beides zusammen nennen sie Stochastik. Stellen wir uns vor, das neue Wohnzimmer soll mit Parkett ausgelegt werden. Wie viel Quadratmeter müssen Sie dann einkaufen? Kein Problem, bei 6 Meter Länge und 5 Meter Breite ergeben sich 30 Quadratmeter. Was ist passiert? Das reale Problem wurde in ein geometrisches übersetzt, und mit der Lösung können Sie beruhigt einkaufen gehen.

Und so verhält es sich auch mit der Beschreibung des Zufalls. Der Mathematiker gibt im Modell einen sogenannten Wahrscheinlichkeitsraum an. Da wird einfach gesagt, welche Ergebnisse der Zufall produzieren kann und mit welcher relativen Häufigkeit er bei wie vielen Wiederholungen zu erwarten ist. Bei einem (fairen) Würfel etwa wird eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 mit einer relativen Häufigkeit von einem Sechstel fallen. Mit diesem Ansatz kann man sehr wirkungsvoll arbeiten, man kann Risiken bei Aktienkursen berechnen, die Zuverlässigkeit von Therapien vergleichen oder Chancen beim Glücksspiel ermitteln. Und das, obwohl die Frage „Was ist Zufall?“ damit überhaupt nicht beantwortet wurde. Eine alle befriedigende Lösung gibt es bislang nicht. Aber Mathematiker verständigen sich darauf, dass Zufall so etwas ist wie Mangel an Information. Wahrscheinlichkeitsrechnung als Wissenschaft beginnt erst im 17. Jahrhundert. Ernst genommen wurde das Gebiet aber erst im ersten Drittel des vorigen Jahrhunderts, als der russische Mathematiker Andrej Kolmogorow das heute allgemein anerkannte Axiomensystem zur Modellierung des Zufalls

vorschlug. Heute gehört die Stochastik zu den am stärksten wachsenden Teilbereichen der Mathematik. Denn viele gesellschaftlich relevante Entscheidungen basieren auf statistischen Untersuchungen: Ist das Passivrauchen gefährlich? Bewirken Vorsorgeuntersuchungen eine höhere Lebenserwartung? Auch werden immer neue Anwendungsgebiete erschlossen wie etwa die Berechnung der Risiken bei Optionsgeschäften. Von besonderer Bedeutung ist sicher



auch, dass die Natur im atomaren Bereich nur mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Begriffen beschrieben werden kann. Ein Photon, das sich einer Glasscheibe nähert, fällt eine Zufallsentscheidung: hindurchgehen oder gespiegelt werden? Allein die Tatsache, dass jeweils eine gigantische Zahl von Teilchen beteiligt ist, führt zu der Illusion einer deterministischen Welt, in der ein gewisser genau definierter Prozentsatz eines Lichtstrahls an einer Glasscheibe reflektiert wird und der Rest hindurchgeht. Dabei spielt es eine wesentliche Rolle, dass ganz allgemein der Zufall verschwindet, wenn sich viele Zufallseinflüsse, also in diesem Fall Photonen,

überlagern. Diese „Gesetze der großen Zahlen“ gehören zu den wichtigsten fundamentalen Ergebnissen der Theorie. In den vergangenen Jahren hat die Stochastik auch theoretische Modelle für die Kleine-Welt-Theorien bereitgestellt. Schon in den Sechzigerjahren postulierte der Sozialpsychologe Stanley Milgram, dass jeder über höchstens sechs Zwischenstationen jeden kennt. Damals interessierte man sich kaum für diese Untersuchungen. Das änderte sich schlagartig, als das Thema 1999 von den Physikern Duncan Watts und Steven Strogatz wieder aufgenommen wurde. Sie stellten ein mathematisches Modell vor, mithilfe dessen das Kleine-Welt-Phänomen gut beschrieben werden kann. „Bekanntschaft“ wird dadurch modelliert, dass jeder viele Leute in der Nähe seines Wohnorts kennt und auch noch einige Bekannte hat, die über die ganze Welt verteilt sind. (Im Modell werden die nahen und fernen Bekannten durch einen Zufallsalgorithmus ermittelt.) Dann stellt sich heraus, dass – egal, welches zufällige Bekanntschaftsmodell erzeugt wurde – das Kleine-Welt-Phänomen so gut wie immer zu beobachten ist.

Durch solche Modelle möchte man nicht nur Fragen wie „Wie viele Zwischenstufen trennen mich von einem Bauer in Andalusien?“ beantworten. Denn für die Mechanismen bei der Ausbreitung von Krankheiten oder Informationen gelten die gleichen Gesetze, und das erklärt besser, warum solchen Modellen viel Aufmerksamkeit geschenkt wird. Denn wie und ob die Vogelgrippe von China zum andalusischen Bauer gelangt, entscheidet der Zufall.

*Prof. Dr. Ehrhard Behrends lehrt und forscht im Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität Berlin.*